ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Resolver y verificar las siguientes ecuaciones:

1. $2x - 3 = -7$
2. $5 = 3x + 1$
3. $-2x - 4 = -4x + 5$
4. $2(x - 2) + 3x = x - 4(3x - 7)$
5. $\frac{3x+1}{2} = 8$
6. $\frac{x-2}{3} + \frac{1-x}{2} = 3$

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

CONSIDERACIONES:

Seguramente cuando tienen que resolver una ecuación de segundo grado piensan, como primera opción, en aplicar la famosa fórmula de Bhaskara. En este curso nos acostumbraremos a utilizar dicha fórmula como último recurso y no como el primero. Para ello recordemos algunas cuestiones...

PROPIEDAD HANKELIANA: $\boldsymbol{a.b = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ y/o \\ b = 0 \end{cases}}$ Un producto es cero si uno, o todos sus factores son cero.

Cuando hablamos de producto, hacemos referencia al resultado de una multiplicación. Y, así como en una suma hablamos de términos, en una multiplicación hablamos de factores.

Ejemplo: 2.3 + 4.5.6 es una suma con dos términos. En el primer término hay dos factores (2 y 3) y en el segundo término hay tres factores (4, 5 y 6).

¿Cómo aplicamos esta propiedad a la resolución de ecuaciones?

Ejemplo: $\boldsymbol{(x - 3)(x + 1) = 0}$

Si observamos dicha ecuación podemos relacionarla con la propiedad Hankeliana, ya que tenemos un único término, un producto, con dos factores, igualado a cero. Podemos tener más de dos factores, pero por ahora trabajemos con dos.

En nuestra ecuación $\boldsymbol{(x - 3)\ juega\ de\ "a"}$ y $\boldsymbol{(x + 1)\ juega\ de\ "b"}$

Entonces, $\boldsymbol{(x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ y/o \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}}$

VERIFICO:

Si $\boldsymbol{x = 3}$ → $(\boldsymbol{3} - 3)(\boldsymbol{3} + 1) = 0.4 = 0$

Si $\boldsymbol{x = -1}$ → $(\boldsymbol{-1} - 3)(\boldsymbol{-1} + \boldsymbol{1}) = -4.0 = 0$

SOLUCIÓN = $\{\boldsymbol{3}, \boldsymbol{-1}\}$

Observación: La resolución de este tipo de ecuaciones puede ser mental ya que no es otra cosa que resolver dos ecuaciones de primer grado.

Ejemplo: $(x + 5)(2x - 4) = 0 \xRightarrow{Mentalmente}$ Solución = $\{-5, 2\}$

FACTORIZACIÓN POR PROPIEDAD DISTRIBUTIVA: $\boldsymbol{a.b + a.c = a.(b + c)}$ Si en cada término hay un factor común (que se repite en todos), dicho factor se "aparta", se factoriza.

Ejemplo: **2.3 + 2.5 + 3.5.2** Tenemos tres términos, el primer y segundo término con dos factores (2 y 3, 2 y 5) y el último con tres factores (3, 5 y 2). El 2 es un factor que está en los tres términos, entonces ...

2.3 + 2.5 + 3.5.2 = 2.(3 + 5 + 3.5)

¿Cómo aplicamos esta propiedad a la resolución de ecuaciones?

Ejemplo: $\boldsymbol{2x^2 + 5x = 0}$

Primero reconocemos que no se trata de la propiedad Hankeliana ya que tenemos más de un término.

Busquemos el factor común y factoricemos... $\boldsymbol{2x^2 + 5x = 2.x.x + 5.x = x.(2x + 5)}$

Entonces, $\boldsymbol{2x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x.(2x + 5) = 0 \xRightarrow{Prop.Hankeliana} \begin{cases} x = 0 \\ y/o \\ 2x + 5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \end{cases}}$

SOLUCIÓN = $\boldsymbol{\left\{0, -\frac{5}{2}\right\}}$

Observación: para identificar este tipo de ecuaciones basta con observar que todos sus términos tienen x. Al estar igualada a cero, es lo que nos permitirá, luego de factorizar, utilizar la propiedad Hankeliana.

CUIDADO!! Si tenemos por ejemplo, $\boldsymbol{3x^2 - 5x = 3}$ marchamos con esta estrategia!!

Pero si tenemos, por ejemplo, $\boldsymbol{3x^2 - 5x = 2x}$ sí!! Ya que $\boldsymbol{3x^2 - 5x - 2x = 0 \Rightarrow 3x^2 - 7x = 0}$ quedando solo términos con el factor común $\boldsymbol{x}$.

¿Cómo saber cuál sí y cuál no?

Basta con trasponer ("pasar") y dejar de un lado de la igualdad cero y que del otro lado queden solo términos con $\boldsymbol{x}$.

DESPEJO Y USO EL SENTIDO COMÚN

Ejemplo, $\boldsymbol{2x^2 - 1 = 7}$

Descartando la factorización, ya que no nos van a quedar todos los términos con $\boldsymbol{x}$, despejo $\boldsymbol{x^2}$**:**

$\boldsymbol{2x^2 - 1 = 7 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = \frac{8}{2} \Rightarrow x^2 = 4}$ ¿Qué números al cuadrado dan 4? Respuesta: $\boldsymbol{2\ y - 2}$.

$\boldsymbol{\Rightarrow x = 2\ o\ x = -2}$ **SOLUCIÓN** = $\boldsymbol{\{2, -2\}}$

ÚLTIMA OPCIÓN, BHASKARA

Cuando tenemos una ecuación de segundo grado completa, es decir, $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$, con $a, b\ y\ c$ reales y distintos de cero...

Llamando $\Delta = (b)^2 - 4.(a).(c)$ **(DISCRIMINANTE)**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2(a)}$$

SOLUCIÓN = $\left\{\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2(a)}, \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2(a)}\right\}$

Ejemplo, $\boldsymbol{2x^2 - 5x - 3 = 0}$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(2)(-3) = 25 + 24 = 49$$

$$x = \frac{+5 \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{+5 \pm 7}{4} = \begin{cases} x = \frac{5+7}{4} = \frac{12}{4} = 3 \\ x = \frac{5-7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

SOLUCIÓN = $\left\{3, -\frac{1}{2}\right\}$

Ejemplo, $\boldsymbol{3x^2 - 4x + 1 = 2x^2 - 3x + 5}$

No puedo comenzar ya que la condición para aplicar Bhaskara es que la ecuación esté igualada a **0**.

$$3x^2 - 4x + 1 = 2x^2 - 3x + 5$$

$$3x^2 - 4x + 1 - 2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$x^2 - x - 4 = 0$$ **PRONTO!!**

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-4) = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{+1 \pm \sqrt{17}}{2(1)} = \frac{+1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Como $\sqrt{17}$ es un número irracional y no trabajaremos con aproximaciones,

SOLUCIÓN = $\left\{\frac{1+\sqrt{17}}{2}, \frac{1-\sqrt{17}}{2}\right\}$

Muchas veces no tenemos claro con qué estrategia resolveremos la ecuación, para ello es importante que, habiendo descartada la propiedad Hankeliana como primea opción, operemos todo lo necesario y dejemos de un lado de la igualdad el 0.

Ejemplo, $2(x-3)+(2x-1)^2=(x-2)(1-x)-3$

Como no tenemos el formato ( ).( ) = 0 descartamos la propiedad Hankeliana, entonces

OPERAMOS $2x-6+4x^2-4x+1=x-x^2-2+2x-3$

REDUCIMOS $4x^2-2x-5=-x^2+3x-5$

TRASPONEMOS $4x^2-2x-5+x^2-3x+5=0$

REDUCIMOS $5x^2-5x=0$ ----------→ La ecuación ya está pronta para ser resuelta

¿CÓMO? $5x(x-1)=0 \xRightarrow{Prop.Hank} \begin{cases} 5x=0 \Rightarrow x=0 \\ y/o \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$ **SOLUCIÓN** $=\{0,1\}$

AHORA USTEDES.... **Mandan el trabajo al correo: ileinfa@gmail.com**

1) $3x^2-7x=0$

2) $-4x^2+5x+9=0$

3) $3x^2-27=0$

4) $2x^2-3(x-2)=(x+2)(x+3)$

5) $2x^2-x+1=5$

6) $(2x+3)(4x+1)=3$

7) $(2-x)(3x-4)=0$

8) $3x^2-2x+4=(5x-2)(x-2)$

9) $x^2+x+1=0$

10) $3=x^2+2x$

11) $(x-1)^2=2(1-x)$

12) $3+x^2=0$