Seguimos trabajando…

POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS EN EL PLANO

Si consideramos dos rectas en el plano decimos que hay tres posiciones posibles en las que estén:

1) **paralelas coincidentes**: tienen todos sus puntos en común
2) **paralelas disjuntas**: no tienen ningún punto en común
3) **secantes**: tienen un único punto en común (punto de corte de las rectas)

Comenzaremos con la posición 3.
¿Cómo se hallan las coordenadas del punto de corte de dos rectas secantes?

Por ejemplo:
Sean las rectas r y s tales que la ecuación de la recta r es x+2y-5=0 y la ecuación de la recta s es 3x-y+1=0.
Las coordenadas del punto de corte es un par (x,y) que verifica AMBAS ecuaciones simultáneamente, para hallarlo planteo y resuelvo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+2y-5=0 \\ 3x-y-1=0 \end{cases}$$

Analíticamente se puede resolver por cualquiera de los métodos conocidos: igualación, sustitución, reducción.

Mostraré la resolución por el método de reducción de una incógnita.

$$\begin{cases} x+2y-5=0 \\ 3x-y-1=0 \end{cases} \xrightarrow[\text{la 2da. ecuación}]{\text{multiplico por 2}} \begin{cases} x+2y-5=0 \\ 6x-2y-2=0 \end{cases} \xrightarrow[\text{y cambio la 2da}]{\text{sumo ambas ecuaciones}} \begin{cases} x+2y-5=0 \\ 7x-7=0 \end{cases}$$

Se despeja x de la segunda ecuación y se sustituye en la primera par hallar el valor de y:

$$x=\frac{7}{7}=1 \quad \Rightarrow \quad 1+2y-5=0 \quad \Rightarrow \quad 2y=-1+5 \quad \Rightarrow \quad 2y=4 \quad \Rightarrow \quad y=2$$

Entonces, las coordenadas del punto de intersección de las rectas r y s son (1,2).

Hagan el ejercicio 8 del repartido 5 (RECTA)

Seguimos con la posición 2.

Sean las rectas r y s tales que la ecuación de la recta r es x+2y-5=0 y la ecuación de la recta t es x+2y+1=0.
Si escribimos sus ecuaciones explícitas veremos que ambas tienen la misma pendiente y diferente ordenada en el origen:

$$x+2y-5=0 \Rightarrow y=\frac{-x+5}{2} \Rightarrow y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$$
$$x+2y+1=0 \Rightarrow y=\frac{-x-1}{2} \Rightarrow y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$$

Casos particulares: dos rectas paralelas al eje x o dos rectas paralelas al eje y.
Por ejemplo: r) y= -2 s) y= 5 (son paralelas y paralelas al eje x)
r) x= -1 s) x= -3 (son paralelas y paralelas al eje y)

Observación: si resolviéramos el sistema $\begin{cases} x+2y-5=0 \\ x+2y+1=0 \end{cases}$ por el método anteriormente mostrado (multiplicando la segunda ecuación por -1 y sumando ambas ecuaciones), llegaríamos a la ecuación 0x + 0y – 6 = 0 o sea a -6 = 0, lo cual es absurdo. Se dice que el sistema es incompatible, tiene solución vacía y por tanto las rectas no se intersectan en un punto (son paralelas disjuntas).

Ahora veamos otra forma de considerar las rectas.

Si trabajamos con las **ecuaciones generales de dos rectas**:

r) ax + by + c = 0 y s) a´x + b´y + c´ = 0

1) para que r) y s) sean **paralelas coincidentes** se debe cumplir que $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$

2) para que r) y s) sean **paralelas disjuntas** se debe cumplir que $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

3) para que r) y s) sean **secantes** se debe cumplir que $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$

Hagan el ejercicio 9 del repartido 5 (RECTA)